

线段计算（加油站）

一、比例计算

1. 已知线段 AB ，反向延长 AB 到 C ，使 $AC = \frac{1}{3}BC$ ， D 为 AC 中点，若 $CD = 2\text{cm}$ ，则 AB 等于（ ）。

A. 4cm B. 6cm C. 8cm D. 10cm

【答案】 C

【解析】 根据题中已知条件可得到 $CD = AD = \frac{1}{2}AC = 2$ ， $AC = 4$ ， $AB = 2AC = 8\text{cm}$ ，故选C。

【标注】 【能力】 推理论证能力

【知识点】 线段中点与等分点

2. 已知线段 $AB = 5\text{cm}$ ，延长 AB 到 C ，使 $AC = 7\text{cm}$ ，在 AB 的反向延长线上取点 D ，使 $BD = 4BC$ ，设线段 CD 的中点为 E ，问线段 AE 是线段 CD 的（ ）。

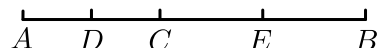
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

【答案】 A

【解析】 A。

【标注】 【知识点】 线段和差-需要分类讨论

3. 已知： $AB = 10$ ， $AC = 4$ ，点 D 是线段 AC 的中点，点 E 是线段 BC 的中点，求：线段 DE 的长。

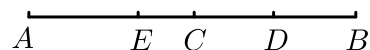


【答案】 5 .

【解析】 $\because AB = 10, AC = 4,$
 $\therefore CB = AB - AC = 10 - 4 = 6,$
 $\because D$ 是线段 AC 的中点, E 为线段 CB 的中点,
 $\therefore DC = \frac{1}{2}AC = 2, CE = \frac{1}{2}CB = 3,$
 $\therefore DE = DC + CE = 2 + 3 = 5.$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

4. 如图, 已知线段 $AB = 4.8$, C 是 AB 的中点, D 是 CB 的中点, 点 E 在线段 AC 上, $CE = \frac{1}{3}AC$, 求线段 CD 及 DE 的长.

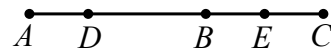


【答案】 1.2 ; 2

【解析】 $\because C$ 是 AB 中点, $AB = 4.8,$
 $\therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB = 2.4,$
 $\because D$ 是 CB 中点,
 $\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 1.2,$
 $\because CE = \frac{1}{3}AC = 0.8,$
 $\therefore DE = EC + CD,$
 $= 0.8 + 1.2,$
 $= 2.$
线段 CD 的长是1.2, DE 的长是2.

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

5. 如图, $AD = \frac{1}{2}DB$, E 是 BC 的中点, $BE = \frac{1}{5}AC = 2\text{cm}$, 求线段 DE 的长.

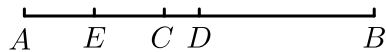


【答案】 6cm .

【解析】 $\because BE = \frac{1}{5}AC = 2\text{cm}$,
 $\therefore AC = 5BE = 10\text{cm}$.
 $\because E$ 是 BC 的中点,
 $\therefore BC = 2BE = 2 \times 2 = 4(\text{cm})$,
 $\therefore AB = AC - BC = 10 - 4 = 6(\text{cm})$.
 $\because AD = \frac{1}{2}DB$,
 $\therefore AD + DB = AD + 2AD = 6\text{cm}$,
 $\therefore AD = 2\text{cm}$, $DB = 4\text{cm}$.
 $DE = DB + BE = 4 + 2 = 6(\text{cm})$.

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

6. 如图, 已知点 C 、 D 在线段 AB 上, 且 $AC : CB = 2 : 3$, 点 E 是线段 AC 的中点, D 是 AB 的中点. 若 $ED = 9\text{cm}$, 求 AB 的长度.



【答案】 30cm .

【解析】 $\because AC:CB=2:3$,

$\therefore$ 设 AC 为 $2x\text{cm}$, 则 BC 为 $3x\text{cm}$, AB 为 $5x\text{cm}$.

$\because D$ 是 AB 中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}x,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = x,$$

$$\therefore ED = AD - AE,$$

$$\therefore ED = \frac{5}{2}x - x = \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore ED = 9\text{cm},$$

$$\therefore \frac{3}{2}x = 9,$$

$$\therefore x = 6\text{cm},$$

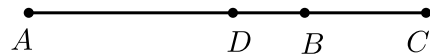
$$\therefore AB = 30\text{cm}.$$

答： AB 的长为 30cm .

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

二、转化计算

7. 如图, 已知 $BC = \frac{1}{2}AB$, D 为 AC 的中点, $DC = 2\text{cm}$, 求 AB 的长.



【答案】 $AB = \frac{8}{3}\text{cm}$.

【解析】 $\because D$ 为 AC 的中点, $DC = 2\text{cm}$,

$$\therefore AC = 2DC = 4\text{cm},$$

$$\text{又} \because BC = \frac{1}{2}AB,$$

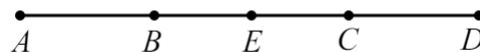
$$\therefore AC = AB + BC = AB + \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}AB = 4,$$

$$\therefore AB = \frac{8}{3} \text{ cm} .$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

【知识点】线段中点与等分点

8. 如图，已知点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 在同一直线上，且 $AC = BD$ ， E 是线段 BC 的中点， $AD = 10$ ， $AB = 3$.



- (1) 求线段 BD 的长度 .
 (2) 求线段 BE 的长度 .

【答案】(1) 7 .

(2) 2 .

【解析】(1) $BD = AD - AB = 10 - 3 = 7$.

(2) $\because AC = BD$,

$$\therefore AC = 7 ,$$

$$\therefore BC = AC - AB = 7 - 3 = 4 ,$$

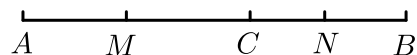
$\because E$ 为 BC 中点 ,

$$\therefore BE = EC = \frac{1}{2} BC = 2 ,$$

即 $BE = 2$.

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

9. 已知，如图，点 C 在线段 AB 上，点 M 、 N 分别为 AC 、 BC 的中点 .



- (1) 若 $AC = 6\text{cm}$ ， $AB = 10\text{cm}$ ，求线段 BC 的长，求线段 MN 的长 .

(2) 若 $AB = a\text{cm}$ ，求线段 MN 的长。

【答案】(1) BC 长为 4cm ， MN 长为 5cm 。

(2) $\frac{1}{2}a\text{cm}$ 。

【解析】(1) $\because AC = 6\text{cm}$ ， $AB = 10\text{cm}$ ，

$$\therefore BC = AB - AC = 4\text{cm}，$$

$\because M, N$ 分别为 AC, BC 中点，

$$\therefore MC = \frac{1}{2}AC, CN = \frac{1}{2}BC，$$

$$\therefore MN = MC + CN$$

$$= \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC$$

$$= \frac{1}{2}(AC + BC)$$

$$= \frac{1}{2}AB$$

$$= 5\text{cm}。$$

答： BC 长为 4cm ， MN 长为 5cm 。

(2) 由 (1) 得： $MN = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a\text{cm}$ 。

答：线段 MN 的长为 $\frac{1}{2}a\text{cm}$ 。

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

10. 点 A 在数轴上对应的数为 a ，点 B 对应的数为 b ，且 a, b 满足： $|a + 5| + (b - 3)^2 = 0$ 。

(1) 求线段 AB 的长。

(2) 如图1，点 C 在数轴上对应的数为 x ，且是方程 $2x + 3 = \frac{1}{3}x - 7$ 的根，在数轴上是否存在点

P 使 $PA + PB = \frac{1}{3}BC + \frac{1}{2}AB$ ？若存在，求出点 P 对应的数；若不存在，说明理由。

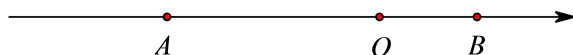
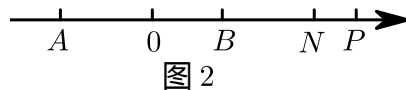


图1

(3)

如图2，若 P 点是 B 点右侧一点， PA 的中点为 M ， N 为 PB 的五等分点且靠近于 P 点，当 P 在 B 的右侧运动时，有两个结论：① $\frac{1}{2}PM - \frac{5}{16}BN$ 的值不变；② $PM + \frac{5}{8}BN$ 的值不变，其中只有一个结论正确，请判断出正确的结论，并求出其值。



【答案】 (1) $AB = 8$.

(2) 不存在，理由见解析 .

(3) ① $\frac{1}{2}PM - \frac{5}{16}BN$ 的值不变，值为2 .

【解析】 (1) $\because a = -5, b = 3, \therefore AB = 8$.

(2) $\because C$ 对的数为 $-6, \therefore PA + PB = 3 + 4 = 7$ ，不管在 A 左边还是 B 右边，都不存在 P 使 $PA + PB = 7$ ，所以不存在 .

(3) 设 $BP = a, PM = \frac{8+a}{2}, BN = \frac{4a}{5}$;
 $\therefore \frac{1}{2}PM - \frac{5}{16}BN = 2, PM + \frac{5}{8}BN = 4 + a$;
 $\therefore$ ① $\frac{1}{2}PM - \frac{5}{16}BN$ 的值不变，值为2 .

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

三、 分类讨论

11. 已知线段 $AB=10\text{cm}$ ，点 C 在直线 AB 上，且 $AC=2\text{cm}$ ，则线段 BC 的长为（ ） .

A. 12cm

B. 8cm

C. 12cm 或 8cm

D. 以上均不对

【答案】 C

【解析】 当点 C 在线段 AB 上时，

$\therefore AC = 2\text{cm}$,

$$\therefore BC = AB - AC = 10 - 2 = 8(\text{cm}),$$

当点 C 在 BA 的延长线上时,

$$BC = AB + AC = 10 + 2 = 12(\text{cm}),$$

故答案选C.

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

12. 已知线段 AB , C 是直线 AB 上的一点, $AB = 8$, $BC = 4$, 点 M 是线段 AC 的中点, 则线段 AM 的长为().

A. 2

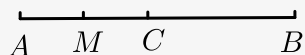
B. 4

C. 2或6

D. 4或6

【答案】 C

【解析】 ①当点 C 在线段 AB 上时, 如图,



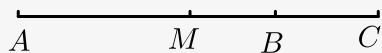
$$\because AB = 8, BC = 4,$$

$$\therefore AC = AB - BC = 8 - 4 = 4,$$

$\because M$ 为 AC 中点,

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

②当点 C 在 AB 的延长线上时, 如图,



$$\because AB = 8, BC = 4,$$

$$\therefore AC = AB + BC = 8 + 4 = 12,$$

$\because M$ 为 AC 中点,

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

综上, $AM = 2$ 或 6 .

故选C.

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

13. 线段 $AB = 5\text{cm}$, C 是直线 AB 上的一点, $BC = 8\text{cm}$, 则 $AC =$ _____.

【答案】 13cm 或 3cm

【解析】 有两种情况,

①点 C 在 AB 的延长线上, 则 $AC = AB + BC = 13\text{cm}$;

②点 C 在 AB 的反向延长线上, 则 $AC = BC - AB = 3\text{cm}$.

综上, $AC = 13\text{cm}$ 或 3cm .

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

14. 已知 A 、 B 、 C 三点在同一直线上, 线段 $AB = 8\text{cm}$, 线段 $BC = 6\text{cm}$, 点 M 、点 N 分别是线段 AB 、线段 BC 的中点, 则线段 MN 的长度为 _____.

【答案】 7cm 或 1cm

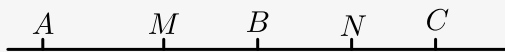
【解析】 如图所示, 分两种情况,

由题可知, $AC = AB + BC = 14\text{cm}$,

$\because$ 点 M 、点 N 分别是线段 AB 、线段 BC 的中点,

$$\therefore MN = \frac{AC}{2},$$

$$\therefore MN = 7\text{cm},$$

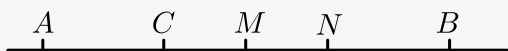


由题可知, $AC = 2\text{cm}$,

$\because$ 点 M 、点 N 分别是线段 AB 、线段 BC 的中点,

$$\therefore MN = \frac{AC}{2},$$

$$\therefore MN = 1\text{cm}.$$



综上所述, 线段 MN 的长度为 7cm 或 1cm .

【标注】【知识点】线段和差-需要分类讨论

15. 已知 A 、 B 、 C 在同一条直线上, 且 $AC = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 点 M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中点. 画图并求出线段 MN 的长.

【答案】 $MN = 1\text{cm}$ 或 4cm .

【解析】 ①点 B 在线段 AC 上 ,

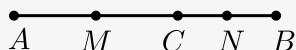


由 $AC = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 点 M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中点 , 得
 $MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}\text{cm}$, $NC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}\text{cm}$,

由线段的和差 , 得

$$MN = MC - NC = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1\text{cm} .$$

②点 B 在线段 AC 的延长线上 ,



由 $AC = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 点 M 、 N 分别是 AC 、 BC 的中点 , 得
 $MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}\text{cm}$, $NC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}\text{cm}$,

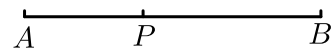
由线段的和差 , 得

$$MN = MC + NC = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4\text{cm} .$$

综上所述 : $MN = 1\text{cm}$ 或 4cm .

【标注】 【知识点】 线段和差-需要分类讨论

16. 如图 , 把一根绳子对折成线段 AB , 从 P 处把绳子剪断 , 若 $AP = \frac{2}{5}AB$, 且剪断的各段绳子中最长的一段为 30cm , 则这根绳子原来长多少 ?



【答案】 这根绳子原来长 75cm 或 50cm .

【解析】 设 $AP = 2x\text{cm}$, 则 $BP = 3x\text{cm}$,

①当含有线段 AP 的绳子最长时 ,

$$2x + 2x = 30$$

$$4x = 30$$

$$x = 7.5$$

即绳子的原长是 $2(2x + 3x) = 10x = 75$ (cm) ;

②当含有线段 BP 的绳子最长时 ,

$$3x + 3x = 30$$

$$6x = 30$$

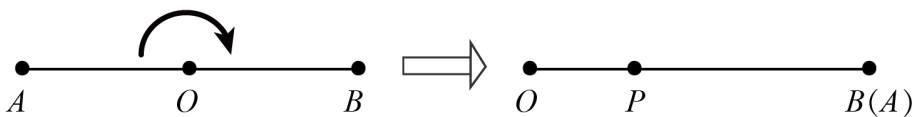
$$x = 5$$

即绳子的原长是 $2(2x + 3x) = 10x = 50$ (cm) .

答 : 这根绳子原来长 75cm 或 50cm .

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

17. 如图 , 把一根绳子 AB 从中点 O 对折 , 点 A 和点 B 重合 , 折成一条线段 OB , 在线段 OB 取一点 P , 使 $OP : BP = 1 : 3$, 从 P 处把绳子剪断 , 得到三段绳子 . 若剪断后的三段绳子中最短的一段为 16cm , 则绳子的原长为 _____ cm .



【答案】 64

【解析】 $\because OA = OB = \frac{1}{2}AB$, $OP : BP = 1 : 3$,
 $\therefore OP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}AB = \frac{1}{8}AB$,

$\because$ 剪断后的三段绳子中最短的一段为 16cm ,

$$\therefore 2OP = \frac{1}{4}AB = 16\text{cm} ,$$

$$\therefore AB = 64\text{cm} ,$$

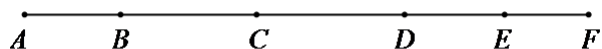
$\therefore$ 绳子的原长为 64cm ,

故答案为 : 64 .

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

四、数线段求和问题

18. 如图，图中共有 _____ 条线段，以 A 为端点的线段有 _____ 条，以 B 为端点的线段有 _____ 条．



【答案】 15 ; 5 ; 5

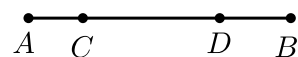
【解析】 (1) $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$;

(2) 除 A 点外，还有5个点可以作为端点；

(3) 除 B 点外，还有5个点可以作为端点．

【标注】 【知识点】 直线、射线和线段数相关计算问题

19. 如图所示，点 C 、 D 为线段 AB 上两点，则图中线段的条数为 () ．



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】 D

【解析】 共有4个点，任意两点组成一个线段，所以共有6条线段．

故选D．

【标注】 【知识点】 直线、射线和线段数相关计算问题

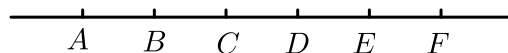
20. 一条直线上有5个不同的点，则该直线上共有线段 _____ 条．

【答案】 10

【解析】 $\frac{5 \times (5 - 1)}{2} = 10$

【标注】 【知识点】 直线、射线和线段数相关计算问题

21. 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 在同一条直线上，则图中线段和射线的条数分别为 () ．



A. 10 , 10

B. 12 , 15

C. 15 , 12

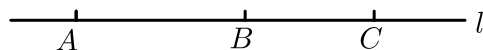
D. 15 , 15

【答案】 C

【解析】 图中线段有15条：线段 AB 、线段 AC 、线段 AD 、线段 AE 、线段 AF 、线段 BC 、线段 BD 、线段 BE 、线段 BF 、线段 CD 、线段 CE 、线段 CF 、线段 DE 、线段 DF 、线段 EF ；以每个点为端点的射线有2条，共6个点，故射线有12条。

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

22. 如图所示，点 A 、 B 、 C 在直线 l 上，则下列说法正确的是（ ）。



- A. 图中有2条线段
B. 图中有6条射线
C. 点 C 在直线 AB 的延长线上
D. A 、 B 两点之间的距离是线段 AB

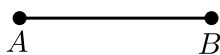
【答案】 B

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题

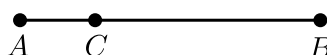
23. 如图①，线段 AB ，即图中共有1条线段， $1 = \frac{1 \times 2}{2}$ ；

如图②，线段 AB 上有1个点 C ，则图中共有3条线段， $3 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}$ ；

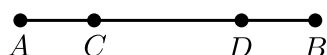
如图③，线段 AB 上有2个点 C 、 D ，则图中共有6条线段， $6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}$ 。



图①



图②



图③

- (1) 若线段 AB 上有3个点，则图中共有 _____ 条线段。
(2) 若线段 AB 上有9个点，则图中共有 _____ 条线段。
(3) 若线段 AB 上有 n 个点，则图中共有 _____ 条线段（用含 n 的代数式表示）。

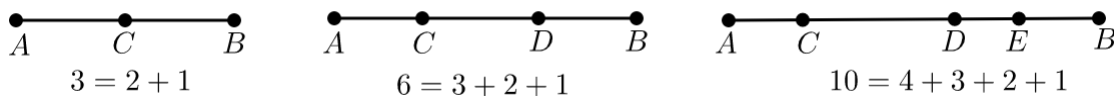
【答案】 (1) 10

(2) 55

(3) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

【标注】 **【知识点】** 直线、射线和线段数相关计算问题

24. 如图所示，线段 AB 上的点数与线段的种数有如下关系：如果线段 AB 上有3个点时，线段总数共有3条，如果 AB 上有4个点时，线段总数共有6条，如果线段 AB 上有5个点时，线段总数共有10条， $\dots$



- (1) 当线段 AB 上有6个点时, 线段总数共有多少条?
- (2) 当线段 AB 上有 n 个点时, 线段总数共有多少条? (用含 n 的式子表示)
- (3) 当 $n = 100$ 时, 线段总数共有多少条?

【答案】 (1) 15条。

$$(2) \frac{n(n-1)}{2}.$$

(3) 4950 .

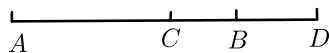
【解析】(1) $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ 条。

$$(2) \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n.$$

$$(3) \frac{100 \times (100 - 1)}{2} = 50 \times 99 = 4950 \text{条}.$$

【标注】 **【知识点】** 直线、射线和线段数相关计算问题

25. 如图，点C为线段AD上一点，点B为CD的中点，且 $AD = 13\text{cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ 。



- (1) 图中共有 _____ 条线段 .
- (2) 求 AC 的长 .
- (3) 若点 E 在直线 AD 上 , 且 $EA = 4\text{cm}$, 求 BE 的长 .

【答案】 (1) 6

(2) 7cm .

(3) BE 的长为14cm或6cm .

【解析】 (1) 图中的线段有线段 AC , 线段 AB , 线段 AD , 线段 CB , 线段 OD , 线段 BD , 共6条 .

(2) $\because$ 点 B 为 CD 的中点 ,

$$\therefore CD = 2BC = 6\text{cm} ,$$

$$\therefore AC = AD - CD = 13 - 6 = 7\text{cm} .$$

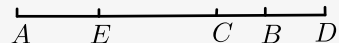
(3) 由 (2) 知 , $AC = 7\text{cm}$, 分析可知有如下两种情况 : 

①若 E 点在 A 点左边 .

$$\text{则 } AB = AC + BC = 7 + 3 = 10\text{cm} ,$$

$$\therefore BE = EA + AB = 4 + 10 = 14\text{cm} .$$

②若 E 点在 A 点右边 .



$$\text{则 } EC = AC - EA = 7 - 4 = 3\text{cm} ,$$

$$\therefore BE = EC + BC = 3 + 3 = 6\text{cm} .$$

综上 , BE 的长为14cm或6cm .

【标注】【知识点】直线、射线和线段数相关计算问题